4. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

4.1. Структурная надежность. Расчет надежности

Системы, состоящие из подсистем, которые могут быть выделены по функциональным и пространственным признакам, имеют структуру. Если система состоит из подсистем e_1, e_2, e_i, … e_n, которые называют элементами, то она также как и элементы может находиться либо в работоспособном состоянии, либо в состоянии отказа.

Структурная надежность – это результирующая надежность системы при заданной структуре и известных значениях надежности всех входящих в нее блоков или элементов.

Для расчета надежности системы используются структурные схемы – *модели надежности систем*, представляющие собой ненаправленный граф с входной и выходной вершинам, каждый элемент которого соответствует одному элементу системы.

Модель надежности системы строится на основе анализа влияния определенного вида отказов элементов на надежность системы в целом. Чаще всего структурная схема системы, построенная для решения задач надежности, не совпадает с функциональной схемой системы или конструктивной схемой соединения ее элементов (*электрические автоматы-выключатели*).

Состояние системы однозначно определяется состоянием её элементов и зависит от её структуры. С точки зрения надежности различают *последовательные*, *параллельные* и *системы со сложной структурой*.

Расчёт надежности при последовательном (основном) соединении элементов

При таком соединении отказ технического изделия наступает при отказе одного из его узлов. Т.е. работоспособность основной системы обеспечивается при условии, когда все N элементов системы находятся в работоспособном состоянии. Например, контур АСР температуры, состоящий из датчика температуры TE, контролера TIC и регулирующего клапана (103-3).

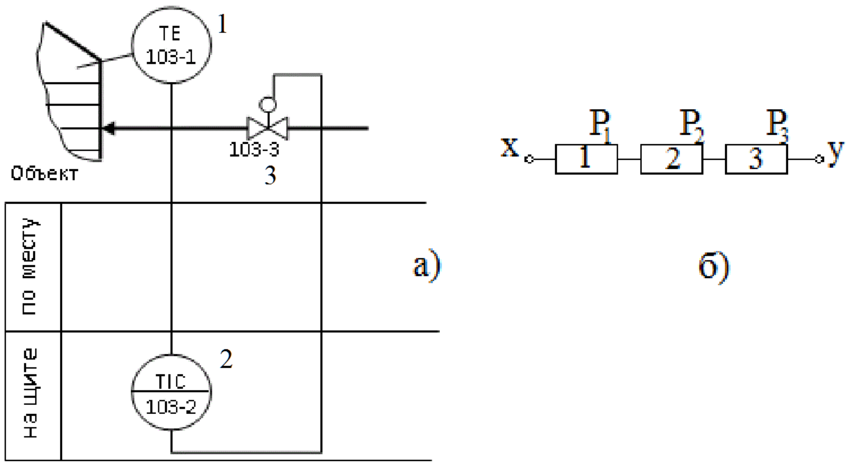

Рисунок 4.1 – Пример последовательного соединения элементов:
а) – схема автоматизации; *б*) – модель надежности

Поскольку события, заключающиеся в работоспособности элементов системы, являются независимыми, то случайная наработка последовательной системы, состоящей из N элементов

$$T_{0c} = \min\left\{T_{01}, T_{02}, T_{0i}, ..., T_{0N}\right\}.$$

где T_{0i} – наработки элементов системы.

Отсюда согласно теореме умножения вероятностей

$$P(T_{0c} > t) = P(T_{01} > t, ...T_{0N} > t) = P(T_{01} > t) \cdot ... \cdot P(T_{0N} > t).$$

$P_1, ...P_i$ – надежность отдельных элементов системы.

Тогда ВБР всей системы:

$$P_c(t) = P_1(t) P_2(t) ... P_N(t) = \prod_{i=1}^{N} P_i(t).$$

Интенсивность отказов последовательной системы равна сумме интенсивностей отказов её элементов:

$$\lambda_c(t) = \lambda_1(t) + ... + \lambda_N(t).$$

При ***экспоненциальном распределении*** наработки до отказа для каждого из элементов (отказы только внезапные):

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t};\ T_{0c} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_c t} dt = \frac{1}{\lambda_c}.$$

Таким образом, при экспоненциальной наработке до отказа каждого из n элементов, распределение наработки до отказа системы также подчиняется экспоненциальному распределению.

Для последовательного соединения элементов надежность системы меньше надежности каждого из элементов. С увеличением числа элементов надежность системы уменьшается. Например, при $N = 1000$; $P_i(t) = 0{,}99$; $P_c(t) < 10^{-4}$ и средняя наработка до отказа системы в 1000 раз меньше средней наработки каждого из элементов.

Расчёт надежности при нагруженном резервировании элементов

Рассматривается система, состоящая из одного основного и (N – 1) резервных элементов. При условии, что отказы элементов независимы, отказ системы происходит только при отказе всех N элементов. Т.е. система работоспособна, пока работоспособен хотя бы один элемент или существует, по крайней мере, один путь от входного сигнала к выходному.

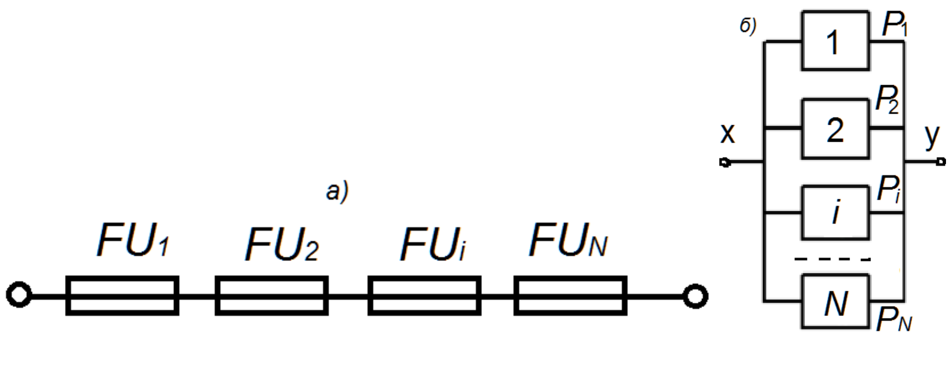

Рисунок 4.2 – Пример параллельного соединения элементов:
а) – схема монтажная предохранителей; *б*) – модель надежности

Случайная наработка нагружено резервированной системы, состоящей из N независимых элементов равна

$$T_{0c} = \max\left\{T_{01}, T_{02}, T_{0i}, ..., T_{0N}\right\}.$$

где T_{0i} – наработки элементов системы.

Отсюда согласно теореме умножения вероятностей

$$P(T_{0c} > t) = 1 - P(T_{0c} \le t) = 1 - P(T_{01} \le t, ...T_{0N} \le t) = 1 - P(T_{01} \le t)...P(T_{0N} \le t)$$

а вероятность отказа нагружено резервированной системы, состоящей из N независимых элементов, равна произведению вероятностей всех элементов

$$Q_c(t) = Q_1(t) Q_2(t) ... Q_N(t) = \prod_{i=1}^{N} Q_i(t).$$

Тогда ВБР всей системы:

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N} Q_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N}\left(1 - P_i(t)\right).$$

При ***экспоненциальном распределении*** наработки до отказа для каждого из равнонадежных элементов (отказы только внезапные)

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^N.$$

Функция плотности распределения ВБР системы:

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = \lambda N e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{N-1}.$$

Интенсивность отказов системы:

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda N e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{N-1}}{1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^N}.$$

Из выражения видно, что при $t = 0$ $\lambda_c(t) = 0$ и с увеличением времени растет, достигая при $t \to \infty$ интенсивности отказов одного элемента λ.

Среднее время безотказной работы нагружено резервированной системы

$$T_{0c} = \int_0^\infty P_c(t) dt = \int_0^\infty \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^N\right) dt = \frac{1}{\lambda}\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k} = T_0 \sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k}.$$

Из выражения видно, что увеличение кратности резервирования приводит к менее значительному увеличению средней наработки до отказа системы.

Расчёт надежности при кратном резервировании элементов

При резервировании с дробной кратностью нормальная работа резервированного соединения возможна при условии, если число исправных элементов не меньше необходимого для нормальной работы. Кратность резервирования определяется из соотношения

$$m = \frac{Z - N}{N} = \frac{K}{N},$$

где Z – общее число элементов расчета резервированного соединения; N – число основных элементов, необходимое для нормальной работы соединения; $(Z - N) = K$ – число резервных элементов.

Пусть резервированная система состоит из N основных и K резервных элементов ($N > K$). При отказе одного из основных элементов, на его место без перерыва в работе включается один из резервных (резервные элементы также могут отказывать). Таких замещений, не нарушающих работу резервированной системы в целом, не может быть больше K. Средняя наработка до отказа такой резервированной системы в предположении абсолютно надежных переключающих устройств и равнонадежных элементов с интенсивностью отказов каждого λ равна

$$T_{0c} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N+1} + \ldots + \frac{1}{N-K}\right) \text{ при } (N > K).$$

Безотказная работа системы в течение времени t будет иметь место, если за это время осуществится хотя бы одна из гипотез: H_o — все элементы исправны; H_1 — один элемент отказал, ($K + N$ — 1) элементов исправны; (H_i - i) элементов отказали, (K+N-i) элементов исправны; ($H_к$ - K) элементов отказали, N элементов исправны. Число различных вариантов равно

$$C_{N+K}^{i} = \frac{(N+K)!}{i!(K+N-i)!}.$$

Тогда ВБР системы можно определить из выражения

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{K} C_{N+K}^{i} \left[1 - P(t)\right]^{i} \left[P(t)\right]^{N+K-i},$$

где $P(t)$ — вероятность безотказной работы элемента при условии, что все элементы равнонадежны. Для мажоритарного резервирования по схеме «2 из 3» вероятность безотказной работы системы можно подсчитать по формуле

$$P_c(t) = P_M(t)\left[3P^2(t) - 2P^3(t)\right],$$

где $P(t)$ — ВБР одного канала (элемента, подсистемы); $P_M(t)$ — ВБР мажоритарного органа.